



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV POČÍTAČOVÉ GRAFIKY A MULTIMÉDIÍ

FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF COMPUTER GRAPHICS AND MULTIMEDIA

ODSTRANĚNÍ ŠUMU Z OBRAZU

IMAGE DENOISING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

MARTIN JURÁK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. DAVID BAŘINA

BRNO 2013

Abstrakt

Digitální obraz je často poškozen šumem. Proto bylo vytvořeno mnoho metod pro jeho odstranění. Tato práce se popisuje a porovnává tři z těchto metod: konvoluční filtry typu dolní propust, bilaterální filtr a prahování koeficientů vlnkové transformace. Konvoluční filtry jsou lineární filtry aplikované na obraz konvolucí. Jejich nevýhodou je, že dochází k rozmazání obrazu. Bilaterální filtr je rozšířením konvolučních filtrů, proto také dochází k rozmazání obrazu, nicméně zachovává hrany. Prahování vlnkových koeficientů je komplexní metoda využívající vlnkovou transformaci pro časově-frekvenční rozklad obrazu, jehož koeficienty jsou prahovány. Nevýhodou této metody je vytvoření artefaktů v obraze. Pro odhad kvality obrazu jsou použity metody PSNR a SSIM.

Abstract

Digital images are often corrupted by noise. Therefore, a lot of methods were designed for the purpose of denoising images. This paper describes and compares three of these methods: low-pass filters, bilateral filter and wavelet thresholding. Low-pass filters are linear filters applied on image by convolution. Their disadvantage is making images smooth. Bilateral filter is an extension of low-pass filters. It smooths images as well, however it preserves edges. Wavelet thresholding is a more complex method using wavelet transform for time-frequency representation of image whose coefficients are thresholded. The downside of this method is making artifacts in images. The PSNR and SSIM methods are used for measuring image quality.

Klíčová slova

Filtrace obrazu, bilaterální filtr, prahování koeficientů vlnkové transformace, konvoluce, Fourierova transformace, vlnková transformace, SSIM, PSNR

Keywords

Image filtration, bilateral filter, wavelet thresholding, convolution, Fourier transform, wavelet transform, SSIM, PSNR

Citace

Martin Jurák: Odstranění šumu z obrazu, bakalářská práce, Brno, FIT VUT v Brně, 2013

Odstranění šumu z obrazu

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením pana Ing. Davida Bařiny. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

.....

Martin Jurák
15. května 2013

© Martin Jurák, 2013.

Tato práce vznikla jako školní dílo na Vysokém učení technickém v Brně, Fakultě informačních technologií. Práce je chráněna autorským zákonem a její užití bez udělení oprávnění autorem je nezákonné, s výjimkou zákonem definovaných případů.

Obsah

1 Úvod	6
2 Šum v obrazu	7
2.1 Obraz	7
2.2 Šum	7
2.2.1 Bílý Gaussův šum	8
3 Zpracování obrazu	9
3.1 Lineární filtrace	9
3.2 Diskrétní Fourierova transformace	10
3.3 Vlnková transformace	10
3.3.1 Spojitá vlnková transformace	10
3.3.2 Diskrétní vlnková transformace	11
3.3.3 Dvoudimenzionální vlnková transformace	11
3.3.4 Rodiny vlněk	13
4 Metody odstranění šumu z obrazu	15
4.1 Konvoluční filtry typu dolní propust	15
4.1.1 Uniformní filtr	15
4.1.2 Gaussův filtr	15
4.1.3 Ideální dolní propust	16
4.2 Bilaterální filtr	17
4.3 Prahování koeficientů vlnkové transformace	18
4.3.1 Univerzální práh	19
4.3.2 NormalShrink	19
5 Hodnocení kvality obrazu	20
5.1 PSNR	20
5.2 SSIM	20
6 Srovnání metod a experimenty	22
6.1 Filtrace obrazu konvolučními filtry typu dolní propust	22
6.2 Filtrace obrazu bilaterálním filtrem	26
6.3 Filtrace obrazu prahováním koeficientů vlnkové transformace	27
7 Závěr	32
A Obsah CD	36

B Grafy	37
C Tabulky	38
D Obrázky	41

Seznam obrázků

2.1	Příklad bílého Gaussova šumu [8]	8
3.1	LTI systém	9
3.2	Lineární filtrace obrazu	10
3.3	Příklad převodu obrazu do frekvenční oblasti pomocí DFT	11
3.4	Dekompozice signálu	12
3.5	Rekonstrukce signálu	12
3.6	Blokové schéma dekompozice obrazu pomocí banky filtrů	12
3.7	Dekompozice obrazu	12
3.8	Příklad dekompozice obrazu pomocí dvourozměrné diskrétní vlnkové transformace	13
3.9	Vlnka Daubechies 3.řádu	13
3.10	Vlnka Coiflet 3. řádu	13
4.1	Vliv velikosti rozptylu	16
4.2	Příklad Gaussova filtru	16
4.3	Filtrace obrazu Gaussovou funkcí ve frekvenční oblasti	17
4.4	Filtrace obrazu Ideálním filtrem ve frekvenční oblasti	17
4.5	Ukázka použití bilaterálního filtru	18
6.1	Vliv velikosti masky uniformního filtru v prostorové části obrazu	23
6.2	Vliv velikosti rozptylu u Gaussova filtru v prostorové části obrazu	23
6.3	Vliv velikosti rozptylu	23
6.4	Vliv změny mezní frekvence na kvalitu obrazu. Obraz Lena se stupně zašumění $\sigma_i = 10$	24
6.5	Filtrace obrazu s přidaným šumem $\sigma_i = 30$ konvolučními filtry typu dolní propust: a),b) zašuměný obraz c),d) filtrace obrazu Uniformním filtrem	25
6.6	Filtrace obrazu s přidaným šumem $\sigma_i = 30$ konvolučními filtry typu dolní propust: a),b) filtrace obrazu Gaussovým filtrem c),d) filtrace obrazu Ideálním filtrem	26
6.7	Vliv změny úrovně rozkladu obrazu pro různé metody odhadu prahu. Vlnka bior5.5 a měkké prahování.	28
6.8	Filtrace obrazu s přidaným šumem $\sigma_i = 30$ prahováním koeficientů vlnkové transformace: a),b) zašuměný obraz c),d) použití vlnky bbior1.3	30
6.9	Filtrace obrazu s přidaným šumem $\sigma_i = 30$ prahováním koeficientů vlnkové transformace: a),b) použití vlnky coifl c),d) použití vlnky sym3	31
7.1	Porovnání filtračních metod	33

B.1	Vliv velikosti rozptylu u Gaussova filtru ve frekvenční oblasti obrazu	37
B.2	Vliv velikosti masky ideálního filtru ve frekvenční oblasti obrazu	37
D.1	Testovací obrázky	41

Seznam tabulek

6.1	Tabulka srovnání Uniformního a Gaussova filtru	24
6.2	Tabulka srovnání Ideálního a Gaussova filtru	25
6.3	Výsledné hodnoty pro různě zašuměný obraz Lena	27
6.4	Detail obrazu filtrovaný bilaterárním filtrem, při různých hodnotách parametrů σ_r a σ_d	27
6.5	Srovnání prahovacích metod	29
6.6	Srovnání metod pro výpočet prahu	29
6.7	Výsledky filtrace obrazu s různým stupněm zašumění při použití vybraných vlněk	30
C.1	Výsledné hodnoty pro různě nastavený bilaterární filtr – obraz Lena	38
C.2	Vliv úrovně rozkladu na odšumění obrazu	39
C.3	Vliv úrovně rozkladu na odšumění obrazu	39
C.4	Porovnání filtračních metod na různých obrazech	40

Kapitola 1

Úvod

Obraz je často poškozen šumem během jeho snímání nebo přenosu, proto se v průběhu let vyvinuly metody pro jeho co nejlepší odstranění. Cílem těchto metod je odebrat šum z obrazu při zachování užitečné informace (např. zachování hrany, nezměnění jasu) a jeho nenarušení. V této práci se zaměřuji na nejčastěji používané metody a to konvoluční filtry typu dolní propust, bilaterální filtr a prahování koeficientů vlnkové transformace, které se pokusím srovnat z hlediska schopnosti odstranit šum a vlivu na výsledný obraz.

Druhá kapitola se zabývá obecně obrazem a šumem. Popisuje způsoby uložení obrazu v počítači, druhy šumů a jeho závislost v obraze, přičemž se zaměřuje na Gaussův šum, který se v obrazu vyskytuje nejčastěji.

Třetí kapitola obsahuje popis metod používaných pro zpracování obrazu, které jsou využity také pro techniky odstranění šumu. Zaměřuje se na lineární filtraci obrazu v prostorovém a frekvenčním pásmu a vlnkovou transformaci, která je popsána s ohledem na zpracování obrazu.

Ve čtvrté části jsou principiálně popsány jednotlivé metody pro odstranění šumu z obrazu. Pro konvolučních filtrů typu dolní propust jsou zde charakterizovány různé druhy konvolučních masek jak v prostorové oblasti obrazu, tak frekvenční. U bilaterálního filtru je popsána jeho souvislost a rozdíly s konvolučními filtry vzhledem ke zpracování obrazu. Jako poslední způsob odstranění šumu je v práci probrána metoda prahování koeficientů vlnkové transformace při použití různých prahovacích technik a způsobů odhadu prahu pro vlnkové koeficienty.

Pátá kapitola obsahuje metody pro porovnání kvality obrazu po odstranění šumu s originálním obrazem, který neobsahuje šum.

V šesté kapitole jsou provedeny srovnání a experimenty se zvolenými metodami, porovnání jejich chování při zvolení různých nastavení a vliv na kvalitu obrazu po odstranění šumu.

Kapitola 2

Šum v obrazu

2.1 Obraz

Reálný obraz je v počítači reprezentován jako dvoudimenzionální pole bodů (matice). Každý bod (pixel) je vzorek intezity obrazu daný celočíselnou hodnotou. Pixel je dán souřadnicemi $[i, j]$, kde i a j jsou celočíselné hodnoty určující řádek, respektive sloupec matice. Barvy obrazu jsou dány barevným modelem, který je nejčastěji jedním z následujících:

Stupně šedi Obrazový bod má pouze jednu barevnou složku, která nabývá hodnot od 0 (černá) do maxima dle barevné hloubky (bílá).

RGB Pixel obrazu obsahuje tři barevné složky: červenou, modrou a zelenou. Ostatní barvy jsou kombinací těchto barev.

RGBA Jde o rozšíření předchozího barevného modelu, kde má navíc přidán alfa kanál ovlivňující průhlednost pixelu.

Barva obrazu dále závisí na barevné hloubce každé barevné složky. Typické hodnoty bitové hloubky jsou: 8 bitů (hodnota intezity obrazového bodu je $0-255$) a 24 bitů (obrazový bod může nabývat hodnot $0-2^{24}$).

2.2 Šum

Šum vzniká jako nežádoucí výsledek při modelování nebo zachycení reálného signálu. Není součástí ideálního signálu a může mít mnoho příčin, např. odchylky v citlivosti snímačů, chyby při přenosu signálu apod.

Šum může být rozdělen do různých kategorií:

Závislost šumu na obrazu *Nezávislý šum* velikost šumu nezávisí na intenzitě obrazového bodu.

Závislý šum v obraze je například *multiplikativní šum*, který

Vztah šumu k obsahu obrazu *Aditivní šum* v obraze je popsán součtovým modelem, kde výsledný obraz $f(i, j)$ je součet ideálního obrazu $s(i, j)$ a šumu $n(i, j)$ (2.1).

$$f(i, j) = s(i, j) + n(i, j) \quad (2.1)$$

Multiplikativní šum – každá hodnota intenzity pixelu je násobena intenzitou šumu (2.2).

$$f(i, j) = s(i, j) + n(i, j)s(i, j) \quad (2.2)$$

Charakter šumu ve frekvenční oblasti *Širokopásmový šum* – do této kategorie patří většina šumů (např. bílý šum).

Úzkopásmový šum – postihuje jen některé frekvence obrazu. V obraze se projevuje páskovou strukturou (moaré).

2.2.1 Bílý Gaussův šum

Je to nejčastěji se vyskytující šum v obraze, ovlivňuje všechny pixely obrazu. Jeho funkce hustoty pravděpodobnosti je rovna normálnímu rozdělení, proto ho můžeme popsat rovnicí (2.3), kde μ je střední hodnota šumu a σ^2 je jeho rozptyl [1]. Tímto modelem lze popsat mnoho reálných šumů.

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.3)$$



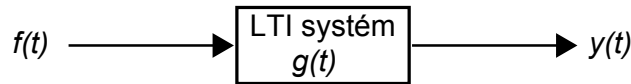
Obrázek 2.1: Příklad bílého Gaussova šumu [8]

Kapitola 3

Zpracování obrazu

3.1 Lineární filtrace

Jde o základní metodu zpracování signálů. Tento proces je modelován jako lineární časově invariantní systém (*LTI systém*), který je popsán jeho impulsní odezvou $g(t)$. LTI systém je zobrazen na obrázku (3.1), kde $f(t)$ je vstupní signál $h(t)$ je výstupní signál.[7] Tento



Obrázek 3.1: LTI systém

systém nemění své chování v závislosti na velikosti vstupního signálu a zároveň nemění své chování v čase.

Pro takovéto systémy je výstup $h(t)$ ($h[n]$) popsán na (3.1) pro spojitý signál ((3.2) pro diskretní signál) jako *konvoluce* vstupního signálu $f(t)$ ($f[n]$) s impulsní odezvou systému $g(t)$ ($g[n]$).[7]

$$h(t) = f(t) \star g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (3.1)$$

$$h[n] = f[n] \star g[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n - k] \quad (3.2)$$

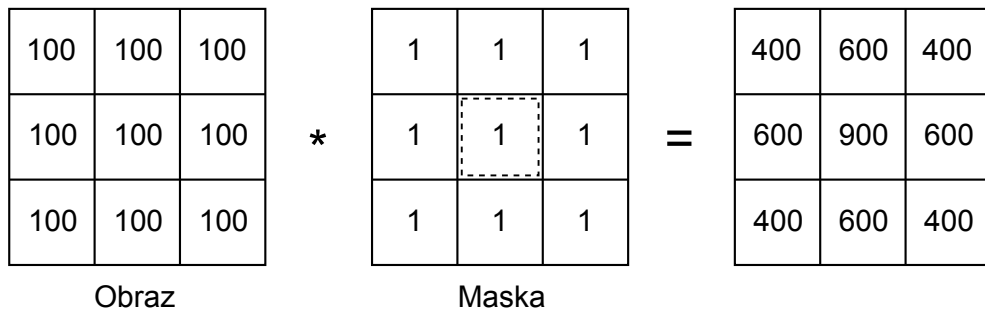
Konvoluce je matematická operace, která vypočítá výstupní signál tak, že každý vzorek signálu $f[n]$ vynásobí s impulsní odezvou systému (nazývané také jako *konvoluční jádro*) $g[n]$ a následně všechny tyto vzorky sečte.

Na obraz je konvoluční maska aplikována dvourozměrnou diskretní konvolucí (3.3). Vztah pro konvoluci je popsán na (3.3), kde F je konvoluční filtr a I zpracováváný obraz.[7]

$$F \star I(x, y) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} F(i, j)I(x - i, y - j) \quad (3.3)$$

Výsledná hodnota obrazu je dána jako vážený součet původního bodu a jeho okolí, kde velikost okolí a váha každého pixelu je dána konvoluční maskou.

Na obrázku (3.2) je znázorněn jednoduchý příklad lineární filtrace obrazu.



Obrázek 3.2: Lineární filtrace obrazu

3.2 Diskrétní Fourierova transformace

Fourierova transformace je důležitý nástroj pro zpracování obrazu, který rozkládá obraz na jeho sinové a kosinové složky. Výstup transformace reprezentuje obraz ve frekvenční oblasti, kde každý bod obrazu představuje konkrétní frekvenci obsaženou ve vstupním obrazu.

Jelikož je obraz diskrétní signál, je obraz zpracován diskrétní Fourierovou transformací (DFT). DFT je vzorkovaná Fourierova transformace a proto neobsahuje všechny frekvence tvořící obraz, ale pouze jejich část, která plně popíše obraz z prostorové oblasti. Počet frekvencí odpovídá počtu pixelů obrazu, tzn. že obraz i jeho frekvenční reprezentace mají stejnou velikost [7][10]. Pro obraz o velikosti $M \times N$ je 2D DFT dána:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} \quad (3.4)$$

kde $f(x, y)$ je obraz v prostorové oblasti, $F(u, v)$ je odpovídající bod obrazu ve frekvenční oblasti a komplexní exponenciála je básová funkce. Každý bod výsledného obrazu je dán vynásobením původního obrazu s odpovídající komplexní exponenciálou. Každá exponenciála odpovídá různé frekvenci, poté $F(0, 0)$ reprezentuje stejnosměrnou složku obrazu a $F(M-1, N-1)$ je nejvyšší frekvence. Příklad 2D DFT je na obrázku (3.3(b)), kde po úpravě je $F(0, 0)$ ve středu obrazu. [7][10]

Obdobnou cestou lze převést obraz zpět z frekvenční oblasti do prostorové inverzní Fourierovou transformací:

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} \quad (3.5)$$

Výhodou převodu obrazu do frekvenční oblasti je, že konvoluce obrazu a filtru je provedena jako násobení filtru a s obrazem. DFT je velmi výhodná při použití velké konvoluční masky, protože výpočet konvolučního filtru prostřednictvím DFT není závislý na její velikosti, na rozdíl od konvoluce podle rovnice (3.3).

3.3 Vlnková transformace

3.3.1 Spojitá vlnková transformace

Obecně vlnková transformace slouží pro časově-frekvenční rozklad signálu. K rozkladu signálu se používají vlnky, které jsou odvozené od komplexní básové vlnky Ψ . Vztah pro



(a) Původní obraz

(b) Frekvenční spektrum obrazu

Obrázek 3.3: Příklad převodu obrazu do frekvenční oblasti pomocí DFT

spojitou vlnkovou transformaci je dán rovnicí (3.6).

$$y(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3.6)$$

Funkce $y(a, b)$ a současně i vlnka $\Psi_{a,b}(t)$ je dána dvěma parametry. Parametr a určuje dilataci mateřské vlnky, parametr b její časové posunutí. Konstanta $\frac{1}{\sqrt{a}}$ zachovává energii vlnky. [10]

3.3.2 Diskrétní vlnková transformace

Pro zpracování obrazu se používá diskrétní vlnková transformace (DWT). Jednou z možností vyjádření DWT je za pomoci diskrétní konvoluce filtrů h (dolní propust) (3.7) a g (horní propust) (3.8) se vstupním signálem.

$$c_{j+1}[n] = \sum_k h[k-2n]c_j[k] \quad (3.7)$$

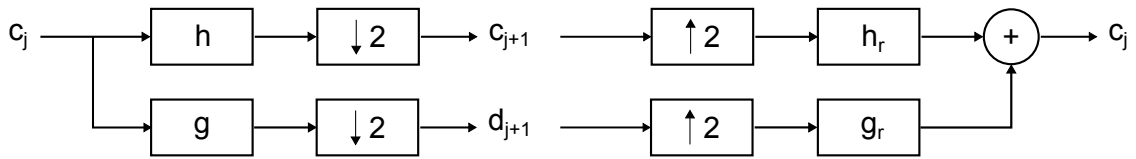
$$d_{j+1}[n] = \sum_k g[k-2n]c_j[k] \quad (3.8)$$

Horní propust poskytuje koeficienty tzv. detailů DWT $d_j(n)$, dolní propust koeficienty tzv. aproximace $c_j(n)$. Kde j je úroveň rozkladu. Výstupy filtrů jsou dále podvzorkovány dvěma, díky čemuž je popis signálu neredundantní, ale stále úplný (lze ho plně rekonstruovat). Dekompozici signálu lze provádět až do úrovně jediného vzorku, kdy vstupem dalšího stupně rozkladu jsou koeficienty aproximace. [4]

Rekonstrukce signálu probíhá inverzním způsobem k rozkladu. Operace podvzorkování je nahrazena převzorkováním, kdy za každým koeficientem následuje nulový vzorek. Rozkladové filtry jsou nahrazeny rekonstrukčními (3.5).

3.3.3 Dvoudimenzionální vlnková transformace

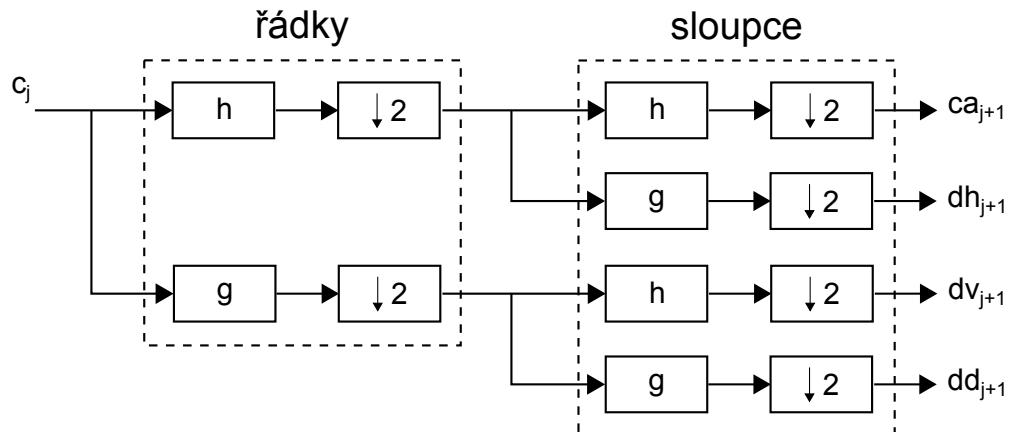
Pro obraz (dvourozměrný signál) je DWT nejprve provedena pro řádky a následně pro sloupce, jak je naznačeno na (3.6). Výstupem jsou na rozdíl od jednorozměrné DWT



Obrázek 3.4: Dekompozice signálu

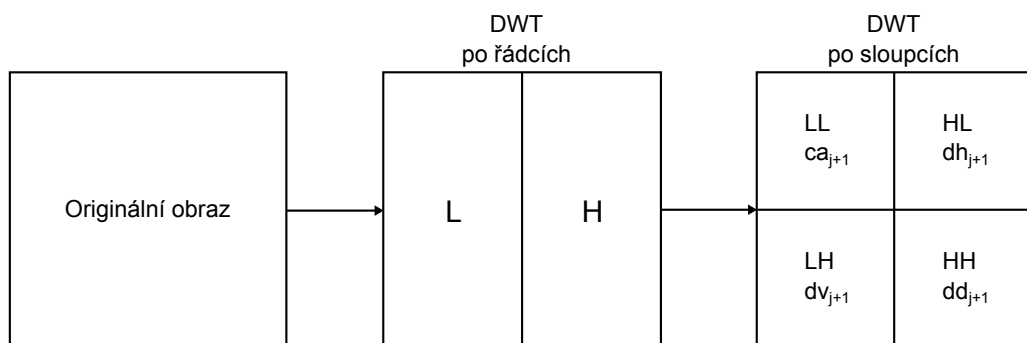
Obrázek 3.5: Rekonstrukce signálu

čtyři koeficienty ca_{j+1} (aproximace původního obrazu), dh_{j+1} (horizontální detaily obrazu), dv_{j+1} (vertikální detaily obrazu), dd_{j+1} (diagonální detaily obrazu).^[9]



Obrázek 3.6: Blokové schéma dekompozice obrazu pomocí banky filtrů

Výstupem DWT po řádcích jsou dvě matice L (dolní propust) a H (horní propust) s poloviční velikostí než původní obraz (podvzorkování). Tyto matice jsou poté obdobně zpracovány po sloupcích, kde výsledkem dvou DWT jsou čtyři matice – LL (aproximace původního obrazu), LH (horizontální detaily obrazu), HL (vertikální detaily obrazu), HH (diagonální detaily obrazu). Postupné zpracování obrazu je znázorněno na obrázku (3.7).^[4]



Obrázek 3.7: Dekompozice obrazu



(a) Původní obraz

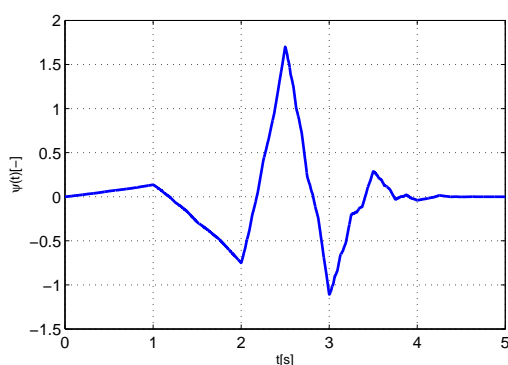
(b) Dekompozice obrazu

Obrázek 3.8: Příklad dekompozice obrazu pomocí dvourozměrné diskretní vlnkové transformace

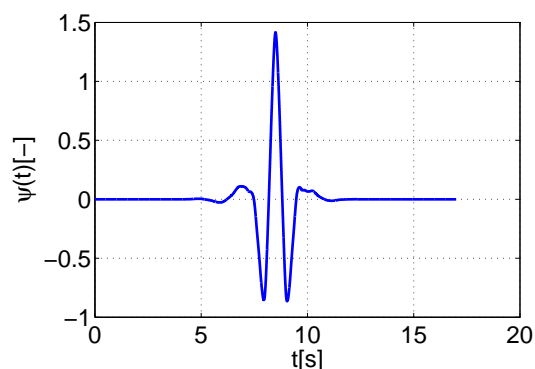
3.3.4 Rodiny vlnek

Existuje nepřeberné množství mateřských vlnek používaných v různých odvětvích zpracování obrazu včetně odstranění šumu. Vlnky jsou rozděleny do tzv. rodin, které obsahují vlnky podobných vlastností. Obecně lze vlnky pro zpracování diskretních signálů rozdělit do dvou kategorií, a to na ortogonální a biortogonální vlnky. Nejznámější rodiny vlnek jsou [11]:

Daubechies Vlnky Daubechies (emphdbN) jsou ortogonální vlnky, kde N značí počet nulových momentů. Jsou asymetrické, kromě 1.řádu, s kompaktním nosičem délky $2N - 1$.



Obrázek 3.9: Vlnka Daubechies 3.řádu



Obrázek 3.10: Vlnka Coiflet 3. řádu

Symlety Symlety (emphsymN) jsou ortogonální vlnky, které jsou více symetrické než Daubechies. Stejně jako u předchozí kategorie vlnek mají kompaktní nosič délky $2N - 1$, kde N označuje počet nulových momentů

Coiflety Ortogonální vlnky asymetrické vlnky s důrazem na co největší počet nulových momentů. Označují se *coifN*. Vlnky jsou téměř symetrické s kompaktním nosičem

délky $6N - 1$.

Biortogonální spline vlnky Vlnky Biorthogonal (*biorNd.Nr*) jsou biortogonální vlnky a symetrické vlnky. Používají dvě vlnky, jednu pro dekompozici a druhou pro rekonstrukci signálu. N_d je řád vlnky pro rozklad, N_r řád vlnky pro rekonstrukci. Délka kompaktního nosiče je pro dekompozici $2N_d - 1$ a $2N_r - 1$ pro rekonstrukci.

Kapitola 4

Metody odstranění šumu z obrazu

4.1 Konvoluční filtry typu dolní propust

Jedná se o nejjednodušší metodu odstranění šumu z obrazu. Filtry jsou aplikovány na obraz lineární filtrací popsanou v kapitole (3.1) a (3.2). Nevýhodou lineární filtrace je, že může dojít ke změně jasu obrazu, proto je vhodné provést normalizaci filtru, kdy každý koeficient filtru se vydělí jejich celkovým součtem. To zajistí, že se jas obrazu po zpracování lineární filtrací nezmění. Jejich nevýhodou je, že dojde kromě odstranění šumu i k rozmazání obrazu.

4.1.1 Uniformní filtr

Jeden z nejjednodušších lineárních filtrů, který implementuje operaci průměrování, kde daný bod je nahrazen průměrem jeho okolí včetně a samotného bodu. Obecný zápis filtru:

$$h(i, j) = \frac{1}{M} \sum_{(k, l) \in N} f(k, l) \quad (4.1)$$

kde M je počet pixelů v okolí N bodu v obrazu $f(k, l)$. Z rovnice (4.1) vyplývá, že uniformní filtr může být implementován jako konvoluce obrazu s kononvoluční maskou se stejnými váhovými koeficienty viz. rovnice (4.2).

$$K = \frac{1}{K_{radky} \cdot K_{sloupce}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Velikost masky určuje množství filtrace. Čím je maska větší, tím větší stupeň filtrace způsobí, ale zároveň s tím se ztrácí detaily obrazu.

4.1.2 Gaussův filtr

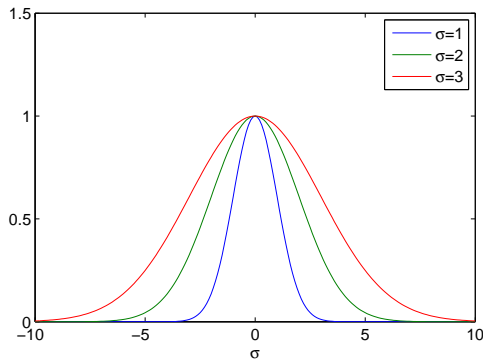
Jde o třídu filtrů, jejichž váhové koeficienty jsou dány Gaussovou funkcí. Tyto filtry se výborně hodí pro odstranění šumu s normálním rozdělením. Pro zpracování obrazu je diskrétní Gussova funkce s nulovou střední hodnotou dána:

$$g[i, j] = e^{-\frac{(i^2+j^2)}{2\sigma^2}} \quad (4.3)$$

kde σ je rozptyl určující šířku Gaussovy funkce.

Gaussův filtr má vlastnosti, díky kterým je efektivní k implementaci a vhodný pro použití jako filtr typu dolní propust [7]:

- Je rotačně symetrický, tzn. že provádí vyhlazování filtrem všemi směry stejně. Z toho vyplývá, že nedetekuje hrany a nevyhlazuje obraz v žádném konkrétním směru.
- Gaussův filtr nahradí každý pixel obrazu váženým průměrem okolních bodů, kde váha pixelu se snižuje s jeho vzdáleností. Z toho důvodu má nižší vliv na hrany v obraze než předchozí uniformní filtr.
- Fourierova transformace Gaussovy funkce je stále Gaussova funkce s rozdílným rozptylem.
- Šířka Gaussova filtru (stupeň vyhlazení) je dána rozptylem σ . Čím vyšší hodnota se zvolí, tím větší je vyhlazení obrazu.



Obrázek 4.1: Vliv velikosti rozptylu

$$\frac{1}{16} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Obrázek 4.2: Příklad Gaussova filtru

Jak bylo zmíněno výše Fourierova transformace Gaussovy funkce je opět Gaussova funkce. Pro vztah (4.3) je Fourierova transformace:

$$H(u, v) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_f} e^{-\frac{(u^2+v^2)}{2\sigma_f^2}}, \quad \sigma_f = \frac{1}{\sigma} \quad (4.4)$$

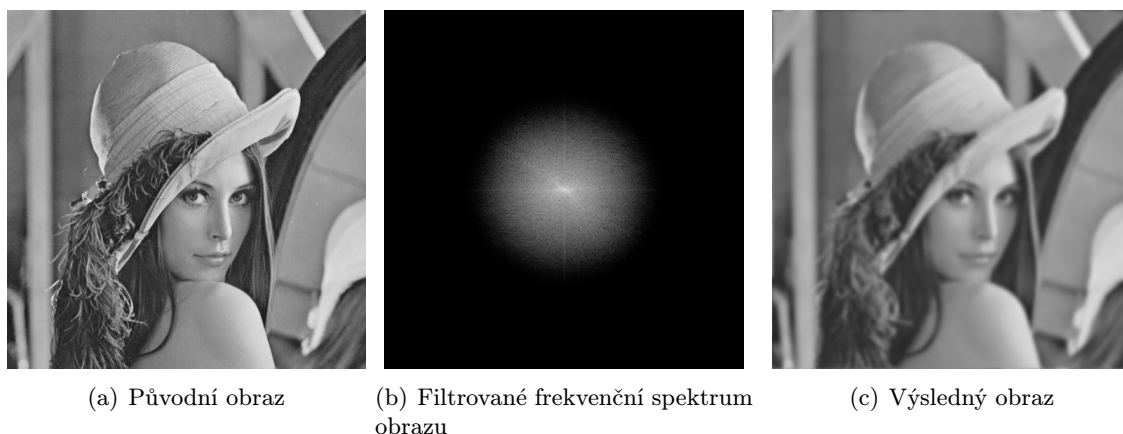
kde σ_f je odpovídající hodnota rozptylu ve frekvenční oblasti. Z toho vyplývá, že nižší hodnota rozptylu v prostorové oblasti zachová větší frekvenční spektrum a tudíž i šum. Naopak větší hodnota rozptylu frekvenční zmenší. [7] Příklad použití Gaussova filtru ve frekvenční oblasti je na obrázku (4.3).

4.1.3 Ideální dolní propust

Je to nejjednodušší filtr pro filtrování obrazu ve frekvenčním pásmu. Pracuje tak, že všechny frekvence vyšší než mezní frekvence odstraní a ponechá pouze nižší. Funkce pro Ideální filtr je:

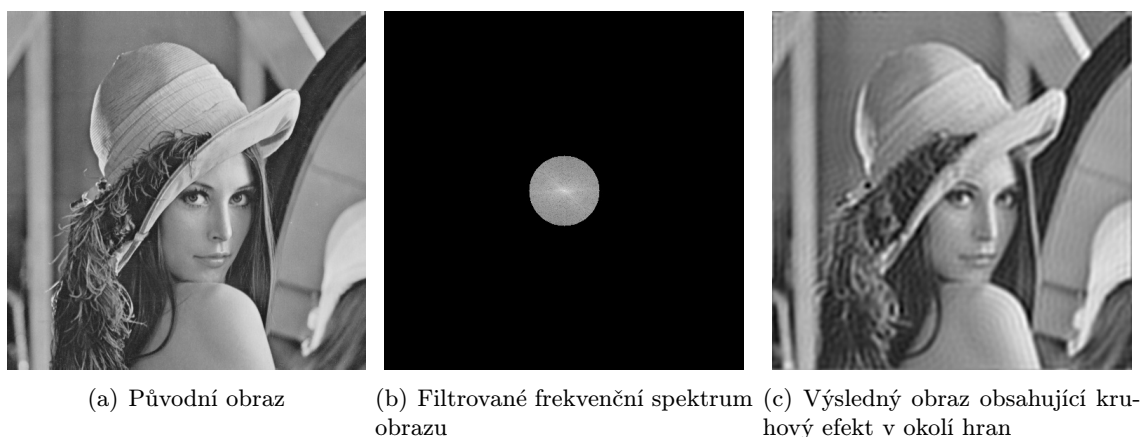
$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad (4.5)$$

kde $D(u, v)$ je vzdálenost bodu (u, v) od počátku a D_0 mezní frekvence. Nevýhodou tohoto filtru je kruhový efekt, vytvářející se podél hran ve filtrovaném obraze. To je způsobeno



Obrázek 4.3: Filtrace obrazu Gaussovou funkcí ve frekvenční oblasti

vlnkami ve funkci *sinc*, která je impulsní odezvou tohoto filtru. Ukázka použití filtru je na obrázku (4.4).



Obrázek 4.4: Filtrace obrazu Ideálním filtrem ve frekvenční oblasti

4.2 Bilaterální filtr

Bilaterální filtr patří mezi nelineární filtrační metody. Rozšiřuje konvoluční filtr Gaussova typu. Jádru filtrace je zde závislé nejen na vzdálenosti, ale i na intenzitě okolních pixelů vyšetřovaného bodu. Bilaterální filtr je složen ze dvou filtrů – $g(x, y; t)$, u kterého se váha koeficientů se vzdáleností snižuje (způsobuje rozmazání obrazu) a filtru $r(a_i)$, který přiřadí vyšší váhové koeficienty pixelům s podobnou intenzitou jako vyšetřovaný bod (zachovává hrany v obraze). Podle [6] jsou filtry definovány následovně:

$$r(a_i) = e^{-\frac{[f(a_i) - f(a_0)]^2}{2\sigma_r^2}} \quad (4.6)$$

$$g(x, y; t) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_d^2}} \quad (4.7)$$

Potom pro bod a_0 se získá hodnota bilaterálního filtru vztahem

$$h(a_0) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{N-1} f(a_i) \cdot g(a_i) \cdot r(a_i) \quad (4.8)$$

Výsledek musí být normalizován, protože jas obrazu je ovlivněn použitím filtru. Koeficient normalizace k je dán vztahem (4.9).

$$k = \sum_{i=0}^{N-1} g(a_i) \cdot r(a_i) \quad (4.9)$$



(a) Původní obraz

(b) Filtrovaný obraz

Obrázek 4.5: Ukázka použití bilaterálního filtru

Bilaterální filtr kombinuje vlastnosti obou filtrů. Díky tomu odstraňuje šum z obrazu a zároveň zachovává hrany v obraze, což byla nevýhoda původního konvolučního filtru.

4.3 Prahování koeficientů vlnkové transformace

Nejjednodušší způsob jak odstranit šum z obrazu s využitím vlnkových koeficientů, které jsou výsledkem vlnkové transformace, je odstranění malých koeficientů odpovídající šumu. Protože se předpokládá, že šum obsahují koeficienty odpovídající vysokým frekvencím obrazu, je tato operace provedena pro detailní koeficienty vlnkové transformace. Hlavní myšlenka této metody (získat složky obrazu neobsahující šum) vyžaduje odhad stupně zašumění obrazu, který je použit tak, aby zvolený práh prahovací metody odpovídal předpokládanému šumu.[4]

Metoda odstranění šumu založená na vlnkové transformaci se obsahuje tři kroky: rozklad obrazu, prahování vlnkových koeficientů a rekonstrukce obrazu. Prahování může být provedeno několika způsoby, z nichž nejčastěji používané jsou tvrdé (4.10) a měkké prahování (4.11), kde vstupní koeficient je x , λ práh a výstupem je x_λ . [4]

$$x_\lambda(x, \lambda) = \begin{cases} x & |x| \geq \lambda \\ 0 & |x| < \lambda \end{cases} \quad (4.10)$$

Obě metody vynulují všechny koeficienty, které jsou menší než zvolený práh λ . Při tvrdém prahování jsou koeficienty větší než práh ponechány beze změny, měkkého prahování sníží koeficient o hodnotu prahu k nule.[\[4\]](#)

$$x_\lambda(x, \lambda) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) \cdot (|x| - \lambda) & |x| \geq \lambda \\ 0 & |x| < \lambda \end{cases} \quad (4.11)$$

Jedním z důležitých bodů prahovacích metod je najít odpovídající hodnotu prahu. Existuje mnoho přístupů pro výpočet prahu, metody se stejným práhem pro všechny pásma rozkladu nebo nezávislé prahování v každém pásmu. Všechny tyto metody používají odhad směrodatné odchyly šumu v obrazu. Za robustní odhad směrodatné odchyly šumu je považován výpočet podle [\[3\]](#):

$$\hat{\sigma} = \frac{\operatorname{median}(|Y_{ij}|)}{0.6745}, \quad Y_{ij} \in HH_1 \quad (4.12)$$

Uvedeny jsou dva způsoby výpočtu prahu.

4.3.1 Univerzální práh

Pro bílý šum s Gaussovým rozdělením $No(0, \sigma^2)$ se používá tzv. Univerzální práh, který je dán rovnicí [\(4.13\)](#), kde M je počet vzorků signálu a σ je směrodatná odchylna šumu. [\[2\]](#)

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln(M)} \quad (4.13)$$

4.3.2 NormalShrink

Metoda pro odhad prahovací hodnoty, která je počítána pro jednotlivé pásma rozkladu vlnkové transformace. Hodnota prahu je dána vztahem:

$$\lambda = \frac{\beta \hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_y} \quad (4.14)$$

σ^2 je rozptyl šumu daný vztahem [\(4.12\)](#) a σ_y směrodatná odchylna zpracovávaného pásma rozkladu definovaná vztahem [\(4.15\)](#).

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i,j=0}^{N-1} y_{ij}^2 \quad (4.15)$$

kde N je velikost zpracovávaného pásma.

β je parametr závislý na velikosti prahovaného pásma a počtu rozložení. Je počítán jednou pro každý stupeň rozkladu a je určen jako:

$$\beta = \sqrt{\log \left(\frac{L_k}{J} \right)}, \quad (4.16)$$

L_k je délka pásma k -tého stupně a J maximální stupeň rozkladu.

Kapitola 5

Hodnocení kvality obrazu

V průběhu zpracování obrazu může dojít k jeho poškození nebo snížení kvality. Z toho důvodu jsou potřebné metody pro stanovení kvality obrazu nebo porovnání obrazů. Tyto metody mohou být rozděleny do dvou kategorií [5]:

- První kategorií jsou metody založené na lidském vnímání obrazu. Extrahují z něj informace o jeho struktuře jako je jas nebo kontrast.
- Druhou skupinou jsou metody, které měří kvalitu obrazu bez ohledu na jeho obsah.

5.1 PSNR

Patří do druhé skupiny metod. PSNR (v češtině špičkový poměr signálu k šumu) je poměr mezi maximální možnou energií signálu a energií šumu. Energie šumu je pro obraz vyjádřena jako střední kvadratická chyba (MSE) mezi originálním obrazem f a obrazem se šumem g [12]. Na (5.1) je vztah pro výpočet MSE obrazu ve stupních šedi o velikosti $m \times n$.

$$MSE(f, g) = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [f(i, j) - g(i, j)]^2 \quad (5.1)$$

Poté je PSNR definováno jako:

$$PSNR(f, g) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX_f^2}{MSE(f, g)} \right) \quad (5.2)$$

Kde MAX_f maximální možná pixelu v obrazu. U 8bitového obrazu (barevného i ve stupních šedi) je MAX_f rovna 255. Ze vztahu lze odvodit, že vyšší hodnota PSNR značí větší podobnost dvou obrazů [5].

5.2 SSIM

SSIM index je založen na srovnání podobnosti dvou obrazů na základě jejich obsahu. Odhad podobnosti obrazů probíhá porovnáním tří složek obrazu: jas, kontrastu a struktury obrazu [13].

Porovnání jasů je dáno (5.3), kde μ_x a μ_y jsou střední hodnoty jasů obrazů [13].

$$l(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)} \quad (5.3)$$

Porovnání kontrastu má podobnou formu:

$$c(x, y) = \frac{(2\sigma_x\sigma_y + C_2)}{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (5.4)$$

Kde σ_x a σ_y je směrodatná odchylka x a y odhadující kontrast obrazu [13].

Porovnání dvou obrazů dle struktury je podle [13] dáno následovně:

$$s(x, y) = \frac{(\sigma_{xy} + C_3)}{(\sigma_x\sigma_y + C_3)} \quad (5.5)$$

Kde σ_{xy} je kovariance x a y .

Kombinací těchto tří atributů je dána podobnost dvou obrazů:

$$SSIM(x, y) = l(x, y) \cdot c(x, y) \cdot s(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (5.6)$$

Konstanty C_1, C_2 a C_3 jsou použity z důvodu stability při dělení hodnotou blíží se 0. C_1 a C_2 jsou definovány jako: $C_1 = (K_1L)^2$ a $C_2 = (K_2L)^2$, kde L je dynamický rozsah hodnot pixelů (255 pro 8bitový obraz ve stupních šedi). K_i, C_3 konstanty jsou dány dle [13] takto: $K_1 = 0,01$, $K_2 = 0,03$, $C_3 = \frac{C_2}{2}$.

Výsledná podobnost obrazů je dána hodnotou na intervalu $\langle -1, 1 \rangle$, kde 1 značí shodné obrazy.

Pro odhad kvality obrazu je výhodnější používat SSIM index lokálně než globálně přes celý obraz. Hodnoty $\mu_x, \sigma_x, \sigma_{xy}$ jsou počítány v lokálním okně, které se posouvá pixel po pixelu přes celý obraz. Při každém kroku je pro toto okno spočítán SSIM index, potom pro celkový index obrazu je použit průměr ze všech lokálních výsledků (MSSIM) daný vztahem (5.7), kde X a Y je originální a poškozený obraz, x_j a y_j je obsah obrazu v j -tém lokálním okně a M je celkový počet lokálních oken obrazu.[13]

$$MSSIM(X, Y) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M SSIM(x_j, y_j) \quad (5.7)$$

Kapitola 6

Srovnání metod a experimenty

Pro srovnání je použita sada 5-ti standartních obrazů (http://www.imageprocessingplace.com/root_files_V3/image_databases.htm ve formátu TIF (D.1), v rozlišení 512×512 pixelů. Od každého originálního obrazu byla odvozena pětice zašuměných obrazů s přidáním Gaussovým šumem s rozptylem intenzity 5, 10, 20, 30, 40 a nulovou střední hodnotou.

Pro testování metod odstranění šumu z obrazu je vytvořena aplikace, která implementuje jednotlivé metody v programovacím jazyce C++ pod operačním systémem Linux. Pro práci s obrazem využívá knihovnu OpenCV. S její pomocí je implementována filtrace obrazu konvolučními filtry typu dolní propust jak v prostorové, tak frekvenční oblasti obrazu a bilaterální filtr.

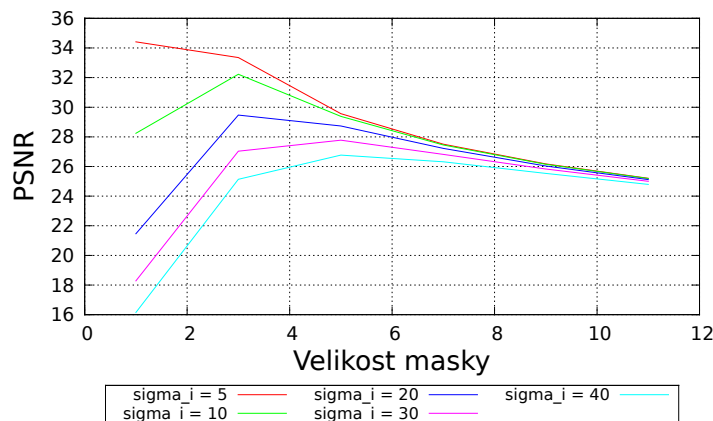
Prahování koeficientů vlnkové transformace používá pro rozklad obrazu různými vlnkami knihovnu Wavelet2D (<http://wavelet2d.sourceforge.net/>). Ta obsahuje vlnky rodin Daubechies, Biorthogonal, Coiflets, Symmlets a umožňuje rozložit obraz vlnkovou transformací až do stupně 9. Pro prahování koeficientů je použito tvrdé a měkké prahování s Univerzálním prahem nebo metodou odhadu prahu NormalShrink z podkapitoly (4.3). Wavelet2D navíc využívá knihovnu FFTW3 (<http://www.fftw.org/> pro Rychlou Fourierovu transformaci.

Na tyto zašuměné obrazy budou aplikovány výše popsané metody pro odstranění šumu. Nakonec bude obraz s přidáním šumu a jeho odšuměné verze srovnány pomocí metod PSNR a SSIM s původním referenčním obrazem.

6.1 Filtrace obrazu konvolučními filtry typu dolní propust

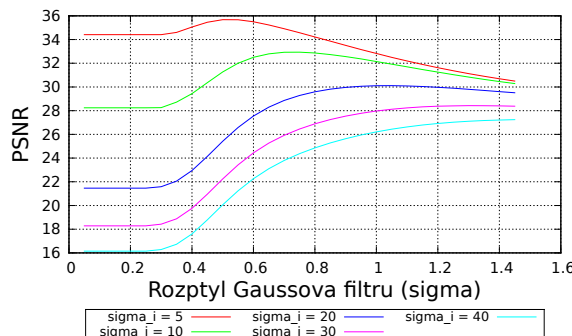
V této sekci analyzujeme metodu konvolučních filtrů, jejich schopnost odstranění šumu a vliv na výslednou kvalitu obrazu. Nejdříve porovnáme uniformní a Gaussův filtr v prostorové části obrazu, dopad změny velikosti masky a rozptylu na obraz a šum. V další části provedu obdobné srovnání ve frekvenční části pro Gaussův a ideální filtr.

Na obrázku (6.1) je graf znázorňující závislost kvality obrazu na velikosti masky uniformního filtru, kde jednotlivé křivky odpovídají různým stupňům zašumění obrazu σ_i . Velikosti masky byly zvoleny 1×1 (původní obraz), 3×3 , 5×5 , 7×7 , 9×9 a 11×11 z důvodu souměrného okolí zpracovávaného pixelu. Z grafu vyplývá, že pro obrazy s větším poškozením dochází ke zlepšení obrazu s použitím malé masky filtru, naopak obrazy s nižším zašuměním mají horší výslednou kvalitu v porovnání s původním obrazem. Nevýhodou uniformního filtru je nemožnost přesnějšího nastavení vyhlazení obrazu, které je dáno pouze velikostí masky.

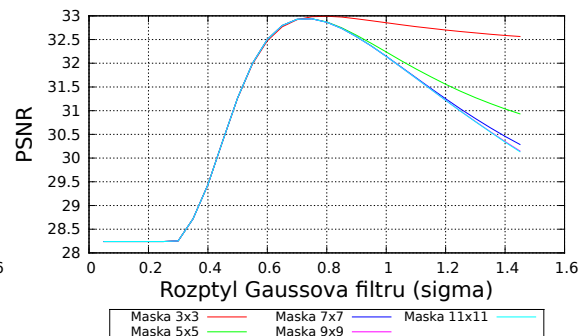


Obrázek 6.1: Vliv velikosti masky uniformního filtru v prostorové části obrazu

Dalším typem masky používané pro konvoluční filtry je Gaussova maska. Její úroveň vyhlazení obrazu je dána rozptylem Gaussovy funkce pro výpočet váhových koeficientů v masce. Na obrázku (6.2) je graf závislosti kvality obrazu dle metody PSNR na hodnotě rozptylu. Pro konvoluci je použita maska o velikosti 5×5 . Pro malé hodnoty rozptylu nedochází ke změně obrazu, jelikož největší váha je přiřazena zpracovávanému pixelu a jeho okolí má nulovou nebo téměř nulovou váhu. Se zvyšující se hodnotou rozptylu dochází ke zvýšení hodnoty PSNR a maxima dosahuje dle zašumění obrazu, a to čím více je obraz poškozen, tím větší rozptyl je potřeba zvolit. Graf (6.4) ukazuje nezávislost Gaussova filtru na velikosti masky. Masku je pouze nutné zvolit s ohledem na velikost rozptylu, protože kombinace malé masky a velkého rozptylu způsobuje oseknutí Gaussovy funkce, což lze vidět u masky 3×3 , která přibližně od hodnoty 0,7 vykazuje rozdílné výsledky.



Obrázek 6.2: Vliv velikosti rozptylu u Gaussova filtru v prostorové části obrazu



Obrázek 6.3: Vliv velikosti rozptylu

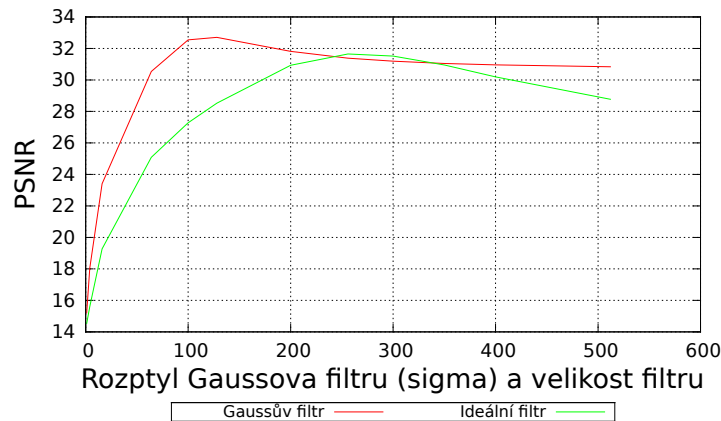
Z předchozího zkoumání bylo zjištěno nejvhodnější nastavení Uniformního a Gaussova filtru pro různé stupně zašumění testovaného obrazu, které je použito jejich pro srovnání. Z výsledků naměřených v grafu (6.1) byla pro Uniformní filtr zvolena maska 3×3 . U Gaussova je zvolena hodnota rozptylu s ohledem na zašumění obrazu podle grafu (6.2), a to postupně od $\sigma_i = 5$ po $\sigma_i = 40$ následovně: 0,5; 0,7; 1; 1,4; 1,4. Takto nastavené metody jsou aplikovány na zašuměné obrazy a výsledné obrazy srovnány s originálními pomocí metod PSNR a SSIM. Tabulka (6.1) obsahuje naměřené hodnoty jednotlivých metod. Z vý-

	Obraz se šumem		Uniformní filtr		Gaussův filtr	
Šum	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
$\sigma_i = 5$	34,4105	0,8659	33,3507	0,8983	35,6731	0,9006
$\sigma_i = 10$	28,2393	0,6180	32,2256	0,8475	32,9273	0,8418
$\sigma_i = 20$	21,4633	0,3142	29,4674	0,7103	30,1025	0,7646
$\sigma_i = 30$	18,2844	0,2061	27,7767	0,7103	28,3674	0,7144
$\sigma_i = 40$	16,1476	0,1495	26,7703	0,6462	26,9761	0,6394

Tabulka 6.1: Tabulka srovnání Uniformního a Gaussova filtru

sledků lze vidět, že Gaussův filtr podává lepší výsledky ve všech pěti případech oproti uniformnímu filtru. Jejich rozdíl se postupně snižuje se zvyšujícím se stupněm zašumění obrazu. Uniformní filtr natolik ovlivní obraz, že pro nízké poškození obrazu $\sigma_i = 5$ je výsledek odšuměného obrazu horší než obrazu se šumem. Zajímavé, že u obrazu $\sigma_i = 10$ je hodnocení metodou SSIM mírně vyšší než u původního obrazu, ale PSNR výrazně nižší.

Dalším konvolučním filtrem typu dolní propust je Ideální filtr. Ten lze společně s Gaussovým filtrem jednoduše implementovat ve frekvenční oblasti obrazu jako kruhovou masku v okolí počátku spektra. Velikost této masky je dána počtem pixelů od počátku až po mezní frekvence filtru, u Gaussova filtru se jedná o hodnotu rozptylu Gaussovy funkce. Na obrázku (6.4) je graf závislosti kvality obrazu na zvolené mezní frekvenci pro Gaussův a Ideální filtr. Ten vychází z měření jednotlivých metod, které jsou přiloženy v příloze (B.1) a (B.2). V grafu lze vidět, že při zvolení příliš nízké mezní frekvence dojde k odfiltrování šumu, který se nachází v oblasti vysokých frekvencí, ale zároveň i užitečné informace obrazu. Se zvyšující se limitní frekvencí dochází k zachování detailů a zvýšení hodnocení výsledného obrazu až do chvíle, kdy se v obraze ponechá maximální množství užitečných složek.



Obrázek 6.4: Vliv změny mezní frekvence na kvalitu obrazu. Obraz Lena se stupně zašumění $\sigma_i = 10$

Tabulka (6.2) obsahuje výsledné hodnoty odšuměných obrazů Ideálním a Gaussovým filtrem zjištěné metodami PSNR a SSIM. Podle výsledků dokáží odstranit šum oba filtry a tím zlepšit kvalitu obrazu. Z těchto dvou filtrů vychází lépe Gaussův, který při všech stupních zašumění podává lepší výsledek.

Na obrázcích (6.5) a (6.6) jsou výsledné obrazy po odfiltrování šumu v porovnání s pů-

	Obraz se šumem		Ideální filtr		Gaussův filtr	
Šum	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
$\sigma_i = 5$	34,4105	0,8659	34,6863	0,8719	35,5673	0,8941
$\sigma_i = 10$	28,2393	0,6180	31,6474	0,8015	32,7034	0,8295
$\sigma_i = 20$	21,4633	0,3142	28,7021	0,6962	29,5543	0,7146
$\sigma_i = 30$	18,2844	0,2061	26,9722	0,6824	28,2237	0,7182
$\sigma_i = 40$	16,1476	0,1495	26,0662	0,6321	26,9491	0,6469

Tabulka 6.2: Tabulka srovnání Ideálního a Gaussova filtru

vodním zašuměným obrazem. Pro názornost je vybrán obraz s přidáním šumem s rozptylem intenzity $\sigma_i = 30$, na kterém lze dobře pozorovat změna obrazu. Na výsledcích všech tří metod lze vidět zlepšení obrazu v porovnání s původním z pohledu šumu, ale zároveň dochází ke ztrátě informace vlivem rozmazání hran. U Ideálního filtru navíc dochází ke kruhovému efektu podél hran. Ze srovnání nejlépe vychází Gaussův filtr, který odstraňuje šum i z jemně zašuměných obrazů podle tabulek (6.2) a (6.1).



(a) Zašuměný obraz



(b) Detail zašuměného obrazu



(c) Filtrovaný obraz Uniformním filtrem



(d) Detail filtrovaného obrazu

Obrázek 6.5: Filtrace obrazu s přidáním šumem $\sigma_i = 30$ konvolučními filtry typu dolní propust: a),b) zašuměný obraz c),d) filtrace obrazu Uniformním filtrem



Obrázek 6.6: Filtrace obrazu s přidaným šumem $\sigma_i = 30$ konvolučními filtry typu dolní propust: a),b) filtrace obrazu Gaussovým filtrem c),d) filtrace obrazu Ideálním filtrem

6.2 Filtrace obrazu bilaterálním filtrem

Bilaterální filtr je rozšíření předchozí metody konvolučních filtrů dolní propusti s Gaussovou maskou. K ní přidává váhový koeficient pro ohodnocení rozdílu intenzity okolních pixelů, který pomáhá při filtraci zachovat hrany v obraze.

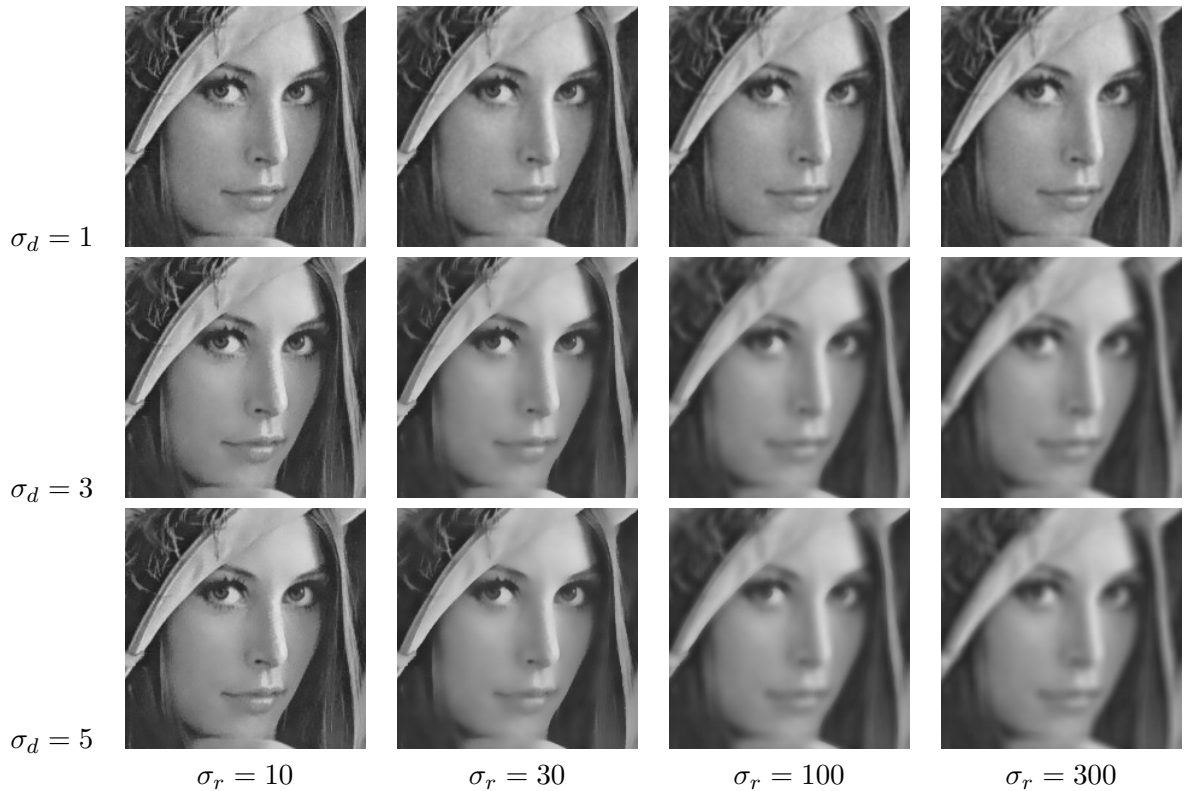
Tento filtr je dán dvěma parametry σ_d a σ_r , které jsou směrodatné odchylky pro filtr dolní propusti a filtr intenzit okolních pixelů. Na obrázku (6.2) je ukázán vliv různě zvolených parametrů na výsledný obraz. Řádky odpovídají velikosti směrodatné odchylky pro dolnoproputný filtr, sloupce velikosti odchylky pro filtr rozdílu intenzit sousedních pixelů. Když je hodnota σ_r příliš velká (100, 300), s ohledem na rozsah intenzity obrazového bodu (v tomto případě 0–255), je vliv intenzit pixelů na výsledný obraz malý a bilaterální filtr se chová jako konvoluční filtr dolní propsuti s Gaussovou maskou. Naopak při nízkých hodnotách σ_r (10,30) převládá filtr zachovávající hrany. Efekt bilaterálního filtru lze dobře vidět při hodnotách $\sigma_d = 5$ a $\sigma_r = 30$, kdy je obraz vyhlazen, ale zároveň hrany v obraze zůstaly nezměněny.

V tabulce (6.3) jsou výsledný hodnoty pro obraz Lena s pěti stupni zašumění. Hodnoty

vychází z měření v tabulce (C.1). Z nastavených parametrů a výsledných hodnot vyplývá, že při větší úrovni zašumění je potřeba zvolit větší směrodatnou odchylku pro oba filtry.

Šum	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
$\sigma_i = 5$	34,4105	0,8659	36,3874	0,9225
$\sigma_i = 10$	28,2393	0,6180	33,7960	0,8789
$\sigma_i = 20$	21,4633	0,3142	30,4112	0,7802
$\sigma_i = 30$	18,2844	0,2061	28,5999	0,7369
$\sigma_i = 40$	16,1476	0,1495	27,3794	0,6984

Tabulka 6.3: Výsledné hodnoty pro různě zašuměný obraz Lena



Tabulka 6.4: Detail obrazu filtrovaný bilaterálním filtrem, při různých hodnotách parametrů σ_r a σ_d

6.3 Filtrace obrazu prahováním koeficientů vlnkové transformace

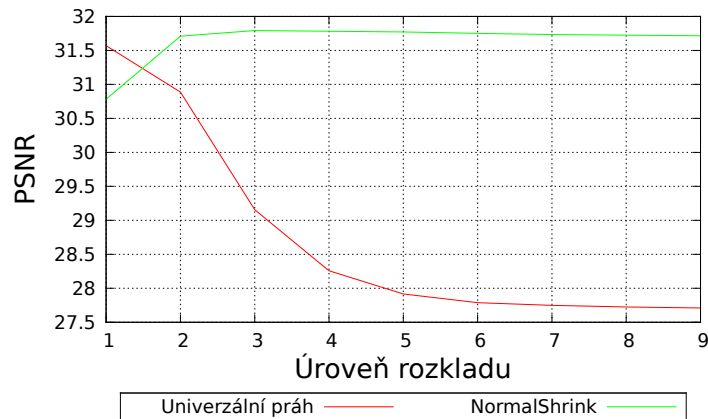
V této části je analyzována metoda prahování koeficientů vlnkové transformace s ohledem na odstranění šumu z obrazu. Pro rozklad a rekonstrukci obrazu vlnkovou transformací je použita knihovna Wavelet2D s velkým množstvím vlnek. Z nich jsou vybrány po předchozím testování tři vlnky z každé rodiny vlnek:

- **Daubechies** - db3, db9, db10
- **Biortogonální** vlnky - bior1.3, bior5.5, bior6.8
- **Symlety** - sym3, sym7, sym10
- **Coiflety** - coif1, coif2, coif3

Tato metoda je závislá na typu vlnky, úrovni rozkladu obrazu a způsobu prahování koeficientů. Nastavení těchto parametrů je v další části porovnáno pro každou vybranou vlnku.

Nejprve jsou srovnány prahovací metody v tabulce (6.5). Zbylé parametry jsou zvoleny pro všechny vlnky stejně. Rozklad obrazu je proveden do 3. úrovně a odhad prahu pro prahovací metodu je proveden metodou NormalShrink. Jak lze v tabulce vidět, měkké prahování podle předpokladu podává lepší výsledky dle obou hodnotících metrik SSIM i PSNR pro všechny zvolené vlnky. V tomto srovnání vychází pro jednotlivé třídy nejlépe vlnky db10, bior5.5, coif1 a sym3.

Další parametr ovlivňující výsledek prahování vlnkových koeficientů je velikost prahu. Pro srovnání zde byly vybrány dvě metody pro odhad prahu a to Univerzální práh a metoda NormalShrink popsané v kapitolách (4.3.1) a (4.3.2). Naměřené hodnoty obou metod jsou v tabulce (6.6) při použití vybraných vlnek, rozkladu obrazu do úrovně 3 a měkkém prahování. Výsledky jsou pro obraz Lena se zašuměním $\sigma_i = 10$. Lze vidět, že metoda NormalShrink má ve většině případů lepší hodnocení podle obou metrik, jak PSNR tak SSIM. Ve zmiňované tabulce je zajímavé, že Univerzální práh má vyšší hodnocení metodou SSIM.



Obrázek 6.7: Vliv změny úrovně rozkladu obrazu pro různé metody odhadu prahu. Vlnka bior5.5 a měkké prahování.

Posledním parametrem vlnkové transformace je volba úrovně rozkladu obrazu. Graf (6.7) obsahuje závislost hodnocení výsledného obrazu na zvoleném stupni rozkladu obrazu při použití metod pro odhad prahu Univerzální práh a NormalShrink. Graf vychází z hodnot v tabulkách (C.2) a (C.3). Křivka pro Univerzální práh ukazuje, že nejlepší hodnocení je při jednostupňovém rozkladu obrazu vlnkovou transformací. Při větší úrovni rozkladu dochází ke zhoršení obrazu. To je způsobeno tím, že práh je počítán pro všechny úrovně stejně a proto jsou ovlivněny i koeficienty obsahující užitečnou informaci. Tuto nevýhodu nemá metoda NormalShrink, která má pro všechny stupně rozkladu podobné výsledky.

$\sigma_i = 10$	Obraz se šumem		Tvrdé prahování		Měkké prahování	
Vlnka	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
db3	28,2393	0,6180	28,4828	0,6324	31,3692	0,7652
db9	28,2393	0,6180	28,5858	0,6367	31,5588	0,7756
db10	28,2393	0,6180	28,6746	0,6416	31,7016	0,7842
bior1.3	28,2393	0,6180	28,4974	0,6327	31,1156	0,7636
bior5.5	28,2393	0,6180	28,5348	0,6350	31,7922	0,7888
bior6.8	28,2393	0,6180	28,3674	0,6252	30,6901	0,7340
coif1	28,2393	0,6180	28,4879	0,6317	31,2609	0,7621
coif2	28,2393	0,6180	28,4178	0,6280	31,0709	0,7517
coif3	28,2393	0,6180	28,4312	0,6286	31,1163	0,7547
sym3	28,2393	0,6180	28,4828	0,6324	31,3692	0,7652
sym7	28,2393	0,6180	28,4012	0,6279	31,0330	0,7495
sym10	28,2393	0,6180	28,4155	0,6277	31,0534	0,7517

Tabulka 6.5: Srovnání prahovacích metod

$\sigma_i = 10$	Obraz se šumem		Univerzální práh		NormalShrink	
Vlnka	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
db3	28,2393	0,6180	30,4683	0,8284	31,3692	0,7652
db9	28,2393	0,6180	30,2274	0,8257	31,5588	0,7756
db10	28,2393	0,6180	29,9321	0,8190	31,7016	0,7842
bior1.3	28,2393	0,6180	28,9003	0,7737	31,1156	0,7636
bior5.5	28,2393	0,6180	29,1558	0,8001	31,7922	0,7888
bior6.8	28,2393	0,6180	31,2635	0,8474	30,6901	0,7340
coif1	28,2393	0,6180	30,1384	0,8177	31,2609	0,7621
coif2	28,2393	0,6180	30,8057	0,8372	31,0709	0,7517
coif3	28,2393	0,6180	30,8012	0,8369	31,1163	0,7547
sym3	28,2393	0,6180	30,4683	0,8284	31,3692	0,7652
sym7	28,2393	0,6180	30,9335	0,8387	31,0330	0,7495
sym10	28,2393	0,6180	30,8561	0,8378	31,0534	0,7517

Tabulka 6.6: Srovnání metod pro výpočet prahu

Z předešlé analýzy bylo zvoleno nejlepší nastavení parametrů pro filtrování obrazu metodou prahování vlnkových koeficientů. Jako prahovací metoda bylo vybráno měkké prahování a odhad prahu je počítán metodou NormalShrink. Úroveň rozkladu obrazu vlnkovou transformací je proto provedena do 3. stupně. Naměřené hodnoty metodou PSNR jsou v tabulce (6.7). Z testování a srovnání vyplývá, že metoda prahování vlnkových koeficientů dokáže z obrazu odstranit šumovou složku, ale zároveň s ní poškodí i užitečnou informaci v obraze. To se projevuje více či méně viditelnými artefakty, které lze vidět na obrázcích (6.8, 6.9). Ze srovnání nelze s určitostí říci, která rodina vlnek nebo která vlnka je pro tento účel nejvhodnější, protože výběr vlnky silně závisí na charakteru a zašumění obrazu. V subjektivním porovnání vzhledu zmíněných obrázků se zdá, že nejlépe nejlépe byl odstraněn šum za použití vlnky coif1 při zachování ostatních detailů. Vlnka bior1.3 vytvořila na obrazu znatelný „čtverečkový“ artefakt, který narušuje vzhled obrazu.

Vlnka	$\sigma_i = 5$	$\sigma_i = 10$	$\sigma_i = 20$	$\sigma_i = 30$	$\sigma_i = 40$
db3	34,7996	31,3692	29,0731	26,9031	25,4787
db9	35,0175	31,5588	27,3636	24,7731	23,0087
db10	35,1269	31,7016	27,0844	24,4757	22,6821
bior1.3	34,8064	31,1156	27,9728	26,0234	24,6219
bior5.5	34,8015	31,7922	26,5569	24,3627	23,0405
bior6.8	34,6557	30,6901	27,4198	24,8170	22,8996
coif1	34,7450	31,2609	28,7698	26,7098	25,2130
coif2	34,6710	31,0709	28,1479	25,7123	24,0315
coif3	34,6886	31,1163	27,4198	24,8102	23,0191
sym3	34,7996	31,3692	29,0731	26,9031	25,4787
sym7	34,6955	31,0330	27,9412	25,4497	23,7046
sym10	34,6768	31,0534	27,1167	24,4863	22,6084

Tabulka 6.7: Výsledky filtrace obrazu s různým stupněm zašumění při použití vybraných vlnek



(a) Zašuměný obraz



(b) Detail zašuměného obrazu



(c) Filtrovaný obraz - vlnka bior1.3



(d) Detail filtrovaného obrazu - vlnka bior1.3

Obrázek 6.8: Filtrace obrazu s přidáním šumem $\sigma_i = 30$ prahováním koeficientů vlnkové transformace: a),b) zašuměný obraz c),d) použití vlnky bbior1.3



(a) Filtrovaný obraz - vlnka coif1



(b) Detail filtrovaného obrazu - vlnka coif1



(c) Filtrovaný obraz - vlnka db3



(d) Detail filtrovaného obrazu - vlnka db3



(e) Filtrovaný obraz - vlnka sym3



(f) Detail filtrovaného obrazu - vlnka sym3

Obrázek 6.9: Filtrace obrazu s přidaným šumem $\sigma_i = 30$ prahováním koeficientů vlnkové transformace: a),b) použití vlnky coif1 c),d) použití vlnky sym3

Kapitola 7

Závěr

Bakalářská práce popisuje tři metody pro odstranění šumu z obrazu: konvoluční filtry typu dolní propust, bilaterální filtr a prahování koeficientů vlnkové transformace. Nejprve jsou rozebrány principy, které dané metody používají pro zpracování obrazu, jako je lineární filtrace v prostorové a frekvenční části a vlnková transformace využívající banky filtrů pro zpracování dvoudimenzionálního obrazu.

V další části jsou popsány jednotlivé metody pro redukci šumu a jejich různé varianty. Filtry typu dolní propust jsou závislé na volbě konvoluční masky, které jsou v tomto případě Uniformní maska, Gaussova maska a Ideální maska. Dále jsou rozebrány prahovací techniky vlnkových koeficientů a způsoby odhadu prahu pro tyto metody.

Pro srovnání obrazů jsou použity dvě metriky pro odhad kvality obrazu. Jednou z nich je metoda PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio), která porovná odšuměný obraz s originálním bez ohledu na jeho obsah. Druhou je SSIM, která srovná obrazu i s ohledem na jejich strukturu, jas a kontrast.

V experimentální části porovnávám jednotlivé varianty každé metody ve vytvořené aplikaci. Ze srovnání konvolučních filtrů bylo zjištěno, že všechny tři masky dokáží lépe či hůře odstranit šum, ale zároveň s ním se odstraní i užitečná informace obrazu. V tomto případě dochází k rozmazání hran. Z tohoto porovnání vychází nejlépe použití Gaussovy masky, která při správném zvolení rozptylu Gaussovy funkce dokáže nejlépe redukovat šum a má nejnižší dopad na obraz. Při srovnání variant prahovacích technik a metod odhadu prahu pro prahování vlnkových koeficientů bylo nalezeno jako nejlepší volba měkké prahování s odhadem prahu NormalShrink při rozkladu obrazu vlnkovou transformací do 3. úrovně. Nejvhodnější vlnku nelze přesně vybrat, protože výsledky jednotlivých vlnek závisí na charakteru obrazu a stupni zašumění. Z vizuální stránky dochází při této metodě ke vzniku artefaktů v obrazu. U bilaterálního filtru je obraz podobný jako při užití Gaussova filtru, ze kterého vychází, ale navíc dokáže zachovat hrany v obraze.

Porovnání všech metod je v tabulce (C.4) a na obrázcích (7.1). Podle výsledků tabulky a obrázků vyplývá, že všechny metody dokáží odstranit šum z obrazu. Nejlépe přitom vychází bilaterální filtr jak při hodnocení PSNR, tak SSIM. Přibližně podobné výsledky, ale mírně horší, podává Gaussov filtr. Nejhorší ze srovnání vyšlo prahování vlnkových koeficientů. Jak bylo zmíněno výše, výsledky filtrace silně závisí na charakteru a zašumění obrazu a volbě parametrů jednotlivých metod, které mají vliv na celkové hodnocení. Z vizuálního hlediska vypadá nejlépe obraz filtrovaný bilaterálním filtrem, který v porovnání se zašuměným je mnohem méně poškozen, ale je mírně rozmazán stejně jako při filtraci Gaussovým filtrem. Na obrazu filtrovaném prahováním vlnkových koeficientů není šum příliš patrný, ale naopak obsahuje artefakty způsobené touto metodou.

Snaha o co nejlepší výsledek vždy vede ke kompromisu mezi odstraněním šumu a zachováním užitečné informace. Je velmi těžké posoudit, kdy je správná hranice mezi těmito požadavky, protože záleží na subjektivním pohledu každého člověka.



(a) Zašuměný obraz



(b) Gaussův filtr



(c) Bilaterální filtr



(d) Prahování vlnkových koeficientů – vlnka coifl

Obrázek 7.1: Porovnání filtračních metod

Literatura

- [1] Bovik, A. C.: *Handbook of Image and Video Processing*. Academic Press, 2005, ISBN 0-12-119792-1.
- [2] Donoho, D. L.: De-Noising by Soft-Thresholding. *IEEE Transactions on information theory*, ročník 41, č. 3, 1995.
- [3] Donoho, D. L.; Johnstone, I. M.: Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. *Biometrika*, ročník 81, č. 3, 1994: s. 425–455.
- [4] Ergen, B.: Signal and Image Denoising Using Wavelet Transform. 2012.
URL <http://www.intechopen.com/articles/show/title/wavelet-signal-and-image-denoising>
- [5] Horé, A.; Ziou, D.: Image Quality Metrics: PSNR vs. SSIM. In *2010 20th International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, Srpén 2010, ISSN 1051-4651, s. 2366–2369, doi:10.1109/ICPR.2010.579.
- [6] Hu, Q.; He, X.; Zhou, J.: Multi-scale edge detection with bilateral filtering in spiral architecture. In *Proceedings of the Pan-Sydney area workshop on Visual information processing, VIP '05*, Darlinghurst, Australia, Australia: Australian Computer Society, Inc., 2004, ISBN 1-920682-18-X, s. 29–32.
- [7] Jain, R.; Kasturi, R.; Schunck, B. G.: *Machine Vision*. McGraw-Hill, Inc., 1995, ISBN 0-07-032018-7.
- [8] Larson, E. C.; Chandler, D. M.: Most apparent distortion: full-reference image quality assessment and the role of strategy. *Journal of Electronic Imaging*, ročník 19, č. 1, 2010: 011006, doi:10.1117/1.3267105.
URL <http://link.aip.org/link/?JEI/19/011006/1>
- [9] Mallat, S. G.: A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transaction on pattern analysis and machine inteligenec*, ročník 11, č. 7, Červenec 1989.
- [10] Mallat, S. G.: *A Wavelet Tour of Signal Processing, 3rd ed.* Academic Press, 2009, ISBN 978-0-12-374370-1.
- [11] Misiti, M.; Misiti, Y.; Oppenheim, G.; aj.: Wavelet Toolbox: User's Guide. Březen 2013.
URL http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/wavelet/wavelet_ug.pdf

- [12] Turaga, D.; Chen, Y.; Caviedes, J.: No reference PSNR estimation for compressed pictures. In *Image Processing. 2002. Proceedings. 2002 International Conference on*, ročník 3, 2002, ISSN 1522-4880, s. III-61 – III-64 vol.3, doi:10.1109/ICIP.2002.1038903.
- [13] Wang, Z.; Bovik, A.; Sheikh, H.; aj.: Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. *Image Processing, IEEE Transactions on*, ročník 13, č. 4, Duben 2004: s. 600–612, ISSN 1057-7149, doi:10.1109/TIP.2003.819861.

Příloha A

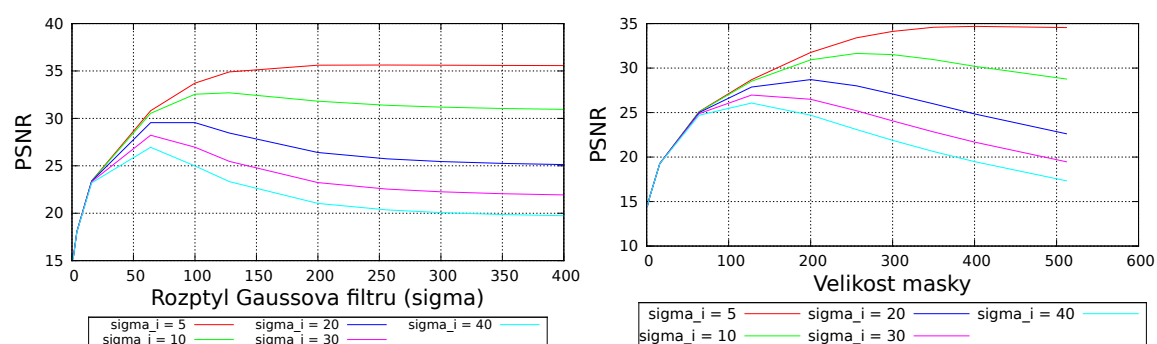
Obsah CD

Příložené CD obsahuje:

- Technickou zprávu v PDF
- Zdrojové kódy technické zprávy v \LaTeX
- Zdrojové kódy a knihovny pro vytvořenou aplikaci ke srovnání metod odstranění šumu
- Sadu testovacích obrázků
- Manuál pro instalaci a ovládání aplikace

Příloha B

Grafy



Obrázek B.1: Vliv velikosti rozptylu u Gaussova filtru ve frekvenční oblasti obrazu

Obrázek B.2: Vliv velikosti masky ideálního filtru ve frekvenční oblasti obrazu

Příloha C

Tabulky

$\sigma_i = 5$	$\sigma_r = 10$	$\sigma_r = 15$	$\sigma_r = 20$	$\sigma_r = 25$	$\sigma_r = 30$
$\sigma_d = 1,0$	36,2762	36,4128	36,2646	36,0109	35,7342
$\sigma_d = 1,1$	35,5095	36,3272	36,3874	36,1598	35,8381
$\sigma_d = 1,2$	35,5661	36,3539	36,3427	36,0416	35,6571
$\sigma_d = 1,3$	35,6126	36,3634	36,2855	35,9191	35,4800
$\sigma_i = 10$	$\sigma_r = 10$	$\sigma_r = 20$	$\sigma_r = 30$	$\sigma_r = 40$	$\sigma_r = 50$
$\sigma_d = 1,0$	30,3527	32,8756	33,6776	33,7448	33,5979
$\sigma_d = 1,1$	30,5182	33,0810	33,7718	33,7236	33,4851
$\sigma_d = 1,2$	30,6532	33,2224	33,7960	33,6403	33,3191
$\sigma_d = 1,3$	30,7635	33,3118	33,7774	33,5212	33,1277
$\sigma_i = 20$	$\sigma_r = 70$	$\sigma_r = 80$	$\sigma_r = 90$	$\sigma_r = 100$	$\sigma_r = 110$
$\sigma_d = 1,1$	30,1427	30,2929	30,3560	30,3750	30,3732
$\sigma_d = 1,2$	30,3232	30,4271	30,4517	30,4400	30,4110
$\sigma_d = 1,3$	30,4112	30,4725	30,4604	30,4175	30,3644
$\sigma_d = 1,4$	30,4355	30,4540	30,4079	30,3377	30,2630
$\sigma_i = 30$	$\sigma_r = 110$	$\sigma_r = 120$	$\sigma_r = 130$	$\sigma_r = 140$	$\sigma_r = 150$
$\sigma_d = 1,3$	28,3325	28,4166	28,4686	28,4987	28,5155
$\sigma_d = 1,4$	28,4619	28,5277	28,5630	28,5788	28,5850
$\sigma_d = 1,5$	28,5319	28,5789	28,5972	28,5999	28,5948
$\sigma_d = 1,6$	28,5547	28,5851	28,5890	28,5795	28,5622
$\sigma_i = 40$	$\sigma_r = 150$	$\sigma_r = 160$	$\sigma_r = 170$	$\sigma_r = 180$	$\sigma_r = 190$
$\sigma_d = 1,5$	27,2056	27,2459	27,2748	27,2947	27,3083
$\sigma_d = 1,6$	27,2904	27,3218	27,3434	27,3574	27,3654
$\sigma_d = 1,7$	27,3336	27,3580	27,3725	27,3794	27,3828
$\sigma_d = 1,8$	27,3464	27,3640	27,3725	27,3738	27,3724

Tabulka C.1: Výsledné hodnoty pro různě nastavený bilaterální filtr – obraz Lena

	db3	db9	db10	bior1.3	bior5.5	bior6.8	coif1	coif2	coif3	sym3	sym7	sym10
1	30,7403	30,8200	30,9416	30,3855	30,7814	30,0499	30,6513	30,3994	30,3419	30,7403	30,3788	30,2238
2	31,3520	31,5367	31,6685	31,1332	31,7106	30,5971	31,2404	31,0180	31,0221	31,3520	30,9737	30,9192
3	31,3692	31,5588	31,7016	31,1156	31,7922	30,6901	31,2609	31,0709	31,1163	31,3692	31,0330	31,0534
4	31,3320	31,5425	31,6592	31,0758	31,7820	30,7187	31,2273	31,0854	31,1329	31,3320	31,0435	31,0784
5	31,3077	31,5381	31,6228	31,0477	31,7719	30,7403	31,1992	31,0830	31,1492	31,3077	31,0301	31,0703
6	31,2847	31,5269	31,5994	31,0258	31,7518	30,7388	31,1773	31,0652	31,1497	31,2847	31,0233	31,0698
7	31,2671	31,5004	31,5710	31,0109	31,7340	30,7264	31,1589	31,0533	31,1324	31,2671	31,0121	31,0736
8	31,2507	31,4852	31,5562	30,9985	31,7242	30,7232	31,1430	31,0457	31,1185	31,2507	31,0073	31,0619
9	31,1954	31,4751	31,5390	30,9853	31,7152	30,7254	30,9951	31,0367	31,1208	31,1954	31,0014	31,0580

Tabulka C.2: Vliv úrovně rozkladu na odšumění obrazu

	db3	db9	db10	bior1.3	bior5.5	bior6.8	coif1	coif2	coif3	sym3	sym7	sym10
1	31,4565	31,7377	31,6938	30,0697	31,5709	31,7888	31,1475	31,6242	31,7284	31,4565	31,7390	31,8268
2	31,3268	31,3832	31,2229	29,4001	30,8870	32,0916	30,8763	31,6910	31,7811	31,3268	31,8415	31,8657
3	30,4683	30,2274	29,9321	28,9003	29,1558	31,2635	30,1384	30,8057	30,8012	30,4683	30,9335	30,8561
4	30,0348	29,6090	29,3035	28,6977	28,2576	30,7803	29,7302	30,3171	30,2648	30,0348	30,4193	30,2968
5	29,8666	29,3687	29,0479	28,6403	27,9164	30,5739	29,5984	30,1238	30,0389	29,8666	30,2088	30,0534
6	29,8095	29,2772	28,9491	28,6347	27,7890	30,4863	29,5437	30,0470	29,9509	29,8095	30,1247	29,9434
7	29,7928	29,2351	28,9055	28,6299	27,7485	30,4397	29,5282	30,0151	29,9020	29,7928	30,0893	29,8816
8	29,7866	29,2057	28,8764	28,6275	27,7255	30,4019	29,5215	29,9930	29,8727	29,7866	30,0686	29,8442
9	29,7828	29,1858	28,8566	28,6288	27,7106	30,3761	29,5203	29,9832	29,8445	29,7828	30,0527	29,8136

Tabulka C.3: Vliv úrovně rozkladu na odšumění obrazu

	Obraz se šumem		Gaussův filtr		Bilaterální filtr		Prahování	
	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
Lena								
$\sigma_i = 5$	34,4105	0,8659	35,6731	0,9006	36,4128	0,9223	34,7450	0,8772
$\sigma_i = 10$	28,2393	0,6180	32,9270	0,8418	33,7960	0,8789	31,2609	0,7621
$\sigma_i = 20$	21,4633	0,3142	30,1041	0,7675	30,4725	0,7904	28,7698	0,7439
$\sigma_i = 30$	18,2844	0,2061	28,4029	0,7375	28,5999	0,7369	26,7098	0,6755
$\sigma_i = 40$	16,1476	0,1495	27,2117	0,6726	27,3794	0,6984	25,2130	0,6185
Cameraman								
$\sigma_i = 5$	36,0994	0,8870	37,5003	0,9258	38,6291	0,9587	36,4512	0,8977
$\sigma_i = 10$	28,8476	0,6094	33,7572	0,8607	34,7552	0,9107	29,7038	0,7259
$\sigma_i = 20$	21,8708	0,3079	30,1259	0,7889	30,5437	0,8136	27,2389	0,7427
$\sigma_i = 30$	18,6454	0,2060	27,5298	0,7517	27,8633	0,7499	25,3231	0,6725
$\sigma_i = 40$	16,4156	0,1526	26,1166	0,6717	26,1044	0,6956	23,9923	0,5986
Mandrill								
$\sigma_i = 5$	34,2206	0,9426	34,6805	0,9545	34,4235	0,9520	34,9952	0,9531
$\sigma_i = 10$	28,2842	0,8037	30,7550	0,9012	30,4716	0,8919	30,5341	0,8736
$\sigma_i = 20$	21,4368	0,5241	27,1266	0,7958	26,7413	0,7749	26,3142	0,7463
$\sigma_i = 30$	18,2145	0,3780	24,8341	0,6768	25,0059	0,6829	24,1834	0,6291
$\sigma_i = 40$	16,0496	0,2851	24,2499	0,6365	23,9593	0,6114	22,8874	0,5429
Peppers								
$\sigma_i = 5$	32,8123	0,8159	34,0057	0,8511	34,5169	0,8646	33,2176	0,8326
$\sigma_i = 10$	27,7912	0,6056	32,2165	0,8021	32,9521	0,8308	30,3318	0,7543
$\sigma_i = 20$	21,5459	0,3237	29,7909	0,7268	30,3195	0,7549	27,4734	0,7029
$\sigma_i = 30$	18,4209	0,2128	28,2424	0,6971	28,4894	0,7045	25,6294	0,6422
$\sigma_i = 40$	16,2422	0,1522	26,9516	0,6402	27,1986	0,6706	24,5047	0,5869
Pirate								
$\sigma_i = 05$	33,1365	0,8808	34,1353	0,9089	34,7398	0,9218	33,5384	0,8930
$\sigma_i = 10$	27,8906	0,6773	31,3254	0,8476	32,2406	0,8699	30,5547	0,7958
$\sigma_i = 20$	21,4578	0,3818	28,6244	0,7605	29,0182	0,7739	27,3708	0,7013
$\sigma_i = 30$	18,3148	0,2583	27,0009	0,7033	27,3072	0,7100	25,5716	0,6237
$\sigma_i = 40$	16,1947	0,1886	26,0899	0,6507	26,1965	0,6642	24,3172	0,5660

Tabulka C.4: Porovnání filtračních metod na různých obrazech

Příloha D

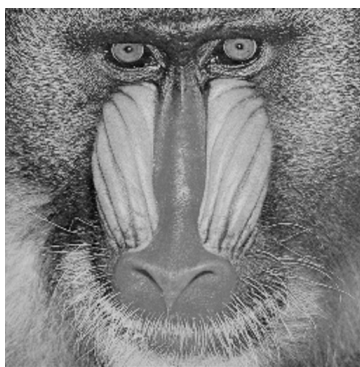
Obrázky



(a) Lena



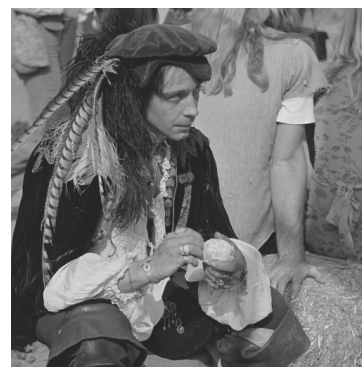
(b) Cameraman



(c) Mandril



(d) Peppers



(e) Pirate

Obrázek D.1: Testovací obrázky